

前言

声学是物理学中最古老而又充满活力的分支之一，自古希腊毕达哥拉斯研究弦振动起，人类便开启了探索声音本质的漫长旅程。从最初的乐律与共鸣，到如今广泛应用于建筑、交通、医疗、通信、环境与国防等领域的现代声学工程，声学已从一门纯粹的理论科学，演变为推动技术进步、改善人居环境和保障海洋国防建设的关键力量。本书的撰写，正是为了系统梳理声学理论相关知识，深入剖析其在空气声、水声领域工程实践中的典型应用，架起连接基础原理与现实世界的桥梁。

在当今社会，噪声污染已成为影响居民生活质量的重要环境问题，而声学技术则是实现“宁静中国”的核心工具。尤为值得关注的是，声学技术在国防与国家安全领域发挥着不可替代的战略作用。从通过舰艇与飞机的噪声控制提升隐蔽性，到利用水下声呐系统实现对目标的探测、识别与跟踪，声学是现代军事装备“看得远、藏得深”的关键技术支撑。主动与被动声呐技术、水下通信、反潜作战系统，乃至隐身结构的设计，都深度依赖于对声传播、声吸收与声信号处理的深刻理解。

在内容组织上，本书力求做到深入浅出、理论与实践并重，既注重数学推导的严谨性，帮助读者建立扎实的理论基础，也通过工程案例、设计流程与实测数据分析，增强解决实际问题的能力。书中引用了大量国内外最新研究成果与国家标准，力求反映声学工程领域的技术现状与发展趋势。我们希望，无论是高校学生、科研人员，还是从事建筑声学、环境噪声控制、产品降噪设计、国防科技或海洋工程的技术人员，都能从中获得启发与实用指导。

由于声学领域广阔，发展迅速，书中难免存在疏漏与不足之处，恳请广大读者与同行专家不吝指正。

另外，本书的编写离不开海军工程大学振动与噪声研究所领导的关怀与鼓励、同事和朋友们的支持与指导，在此深表谢意。

编著者

2026年1月

目 录

第 1 章 声学基本概念及特性	1
1.1 振动、噪声与声波	1
1.2 声波的描述与度量	3
1.2.1 声压	3
1.2.2 频率与相位	4
1.2.3 传播方向与声速	4
1.3 声波方程	5
1.3.1 流体的基本方程	5
1.3.2 一维声波方程	9
1.3.3 三维声波方程	9
1.4 平面声波基本特性	10
1.4.1 平面声波	10
1.4.2 声波传播速度	11
1.4.3 声波的阻抗	13
1.5 声场的能量关系	14
1.5.1 声能量密度	14
1.5.2 声功率与声强	15
1.6 声学量的级与分贝单位	16
1.7 响度级与等响曲线	18
1.8 计权声级	20
1.9 声波的叠加	21
1.9.1 相干声波的叠加	21
1.9.2 不相干声波的叠加	23
1.9.3 噪声声压级的叠加	23
1.10 声波的频域处理	26
1.10.1 倍频程滤波与宽带声（源）级	26
1.10.2 A 声级修正	29

第2章 声的辐射及应用	31
2.1 脉动球源	31
2.1.1 球面声场	31
2.1.2 声波辐射与球源尺寸的关系	33
2.1.3 辐射声场规律	34
2.1.4 球面声场的能量关系	35
2.1.5 辐射阻抗	36
2.2 偶极声源	37
2.2.1 偶极辐射声场	37
2.2.2 辐射声功率	39
2.3 线状声源	41
2.3.1 点声源	41
2.3.2 连续线声源辐射声场	41
2.4 面声源	43
2.4.1 活塞辐射声场	44
2.4.2 活塞声源辐射阻抗	49
2.5 典型结构的声辐射	50
2.5.1 瑞利积分	50
2.5.2 无限大障板上矩形简支板的声辐射	51
2.5.3 无限大平板中弯曲波的声辐射	57
2.5.4 有限大平板的平均声辐射效率	60
2.6 船舶水下声辐射	62
2.6.1 声源级、谱源级定义	62
2.6.2 船舶声辐射特点	63
第3章 声波的传播	68
3.1 声波的反射、折射与透射	68
3.1.1 声学边界条件	68
3.1.2 垂直入射的反射与透射	69
3.1.3 斜入射的反射与折射	71
3.1.4 声波通过中间层的反射与透射	75
3.1.5 传声损失与质量作用定律	78
3.2 声波导理论	79
3.2.1 矩形声波导管	79
3.2.2 平面声波截止频率	82
3.2.3 圆柱形声波导管平面波截止频率	83

3.3 声波在海洋环境中的传播	86
3.3.1 海洋声速	86
3.3.2 声波传播中的衰减	88
3.3.3 声波传播模型	91
3.3.4 声呐探测应用	94
3.4 有限长管道中的声传播	95
3.4.1 管中驻波声场	95
3.4.2 末端负载声阻抗对声传播的影响	97
3.5 管道的声阻抗特性	99
3.5.1 末端为刚性的输入阻抗	100
3.5.2 末端开放的输入阻抗	101
3.5.3 亥姆霍兹共鸣器	102
3.6 截面积突变管中的声传播	104
3.6.1 两根不同截面积的管中声的传播	104
3.6.2 中间扩张管的传声特性	106
3.7 有旁支的管中声传播	108
3.7.1 旁支对声波传播的影响	108
3.7.2 共鸣器旁支	109
3.7.3 有限长封闭管旁支	111
3.7.4 内插管旁支	111
3.8 管中阻尼与声阻	113
3.8.1 管中黏滞运动	113
3.8.2 细管的声波传播特性	116
3.8.3 细管的声阻抗	117
3.8.4 毛细管声波传播特性	118
3.8.5 毛细管的声阻抗	120
3.8.6 微孔管的声阻抗	121
第4章 吸声应用及原理	122
4.1 吸声效果的描述	122
4.2 共振式吸声	123
4.2.1 吸声原理	123
4.2.2 穿孔板吸声结构	126
4.2.3 穿孔有效长度	128
4.2.4 声阻率比的控制	130
4.3 多孔吸声	133

4.3.1	吸声原理与规律	134
4.3.2	背面空腔的影响	138
4.3.3	无规入射的吸声系数	140
4.4	空气吸声尖劈	143
4.4.1	材料的吸声限制	143
4.4.2	尖劈结构的吸声原理	144
4.4.3	尖劈结构的吸声规律	145
4.5	水中消声瓦	148
4.5.1	声学设计与声学参数	148
4.5.2	声学参数与材料参数关系	154
4.5.3	吸声机理研究和探索简述	158
第 5 章	消声器及原理	163
5.1	消声性能的评价	163
5.2	扩张管式消声器	164
5.2.1	简单扩张管式消声器	164
5.2.2	连接式双扩张管方案	166
5.2.3	内插管式方案	168
5.2.4	消声的高频限止	171
5.2.5	减轻气流降压的措施	171
5.3	共振式消声器	172
5.4	阻性式消声器	175
5.4.1	消声原理	176
5.4.2	高频失效	179
5.4.3	片式消声器	179
5.4.4	气流对消声系数的影响	181
5.4.5	气流再生噪声	182
5.4.6	气流的压力损失	183
第 6 章	隔声应用及原理	186
6.1	隔声效果的描述	186
6.2	单层均匀薄型构件的隔声	187
6.2.1	声波的反射和透射	187
6.2.2	整体振动的单层均匀薄板的隔声	188
6.2.3	弯曲振动的单层均匀薄板的隔声	192
6.2.4	有限大小单层均匀薄板的总体隔声	196

6.2.5	单层均匀薄型布帘的隔声	198
6.2.6	单层均匀薄型构件的隔声量的工程计算方法	199
6.3	双层薄板的隔声	200
6.3.1	多层介质平面波传播的阻抗转移定理	201
6.3.2	无限大双层薄板隔声量的理论计算方法	202
6.3.3	实际双层薄板的隔声量的工程计算方法	206
6.3.4	双层薄板隔声设计的一些实际问题	209
6.4	弯曲薄板、复合板和多层板的隔声	210
6.4.1	弯曲薄板的隔声	210
6.4.2	复合板的隔声	212
6.4.3	多层板的隔声	214
6.4.4	各类轻型隔声结构的性能对比	214
6.5	组合结构的隔声	215
6.5.1	组合结构的隔声	215
6.5.2	小孔和缝隙漏声的影响	216
6.6	隔声罩与隔声间	218
6.6.1	隔声罩隔声量的计算	218
6.6.2	隔声罩设计时的一些实际考虑	220
6.6.3	隔声间的隔声量计算	221
第 7 章	声学测量环境及条件	223
7.1	消声室	223
7.2	消声水池	225
7.3	混响室	225
7.4	测量传感器的选择	226
第 8 章	吸声系数及声阻抗率比的测量	228
8.1	驻波管法	228
8.1.1	吸声系数的测量	229
8.1.2	声阻抗率比的测量	231
8.1.3	驻波管的设计	232
8.1.4	工作频率范围	233
8.1.5	探管传声器的应用	233
8.2	混响室法	234
第 9 章	声源声功率的测量	236
9.1	概述	236

9.2 消声室和半消声室精密法	237
9.2.1 测量原理	237
9.2.2 测量技术要点	238
9.3 近似半自由声场的工程法	240
9.3.1 测量原理	240
9.3.2 测量技术要点	241
9.4 混响室法	242
9.4.1 测量原理	242
9.4.2 测量技术要点	243
第 10 章 声源声强的测量	245
10.1 概述	245
10.2 声强测量原理	250
10.3 声强测量仪器	254
10.4 声强测量应用	257
参考文献	259

第1章 声学基本概念及特性

1.1 振动、噪声与声波

万物皆在运动，我们生活在一个充满振动与声音的世界，而声音又常伴随着物体的振动而产生，因此振动通常被认为是声的根源。动物通过喉部的声带或者击打物体振动产生声音来进行交流和传递信息。当我们在厅堂内欣赏到优美的音乐时，不难发现舞台上各种乐器正在被一群演奏者敲击和拨弄着，这些动人的乐声正是由这些乐器和谐的振动产生的美妙效果。反过来，当人们听到隆隆声响时，就一定会发现是有某些机器正在运转。人们听到的这些声音，本质上是由一些物体的振动，带动了毗邻的弹性介质（如空气）振动，并以（声）波的形式传到入耳，引起耳朵内鼓膜的振动，进而刺激听觉神经，使人产生听觉。从这个意义上讲，声音也是振动的一种，只是介质不同而已。

噪声是声的一种，具有声音的全部物理属性，不过它是一种令人烦躁、形成干扰且具有潜在危害的声音，总而言之是不受人们喜欢的声音。从这个意义上讲，“噪声”概念是被人为创造的一种“功能性”定义。例如，在产生隆隆不断的噪声的机房内，工作人员轻则感到十分烦恼，重则有损健康，久而久之甚至致病。孩子写作业时，楼下广场舞的音乐在舞者耳中是优美的旋律，却也会被孩子定义为噪声。

噪声具有声音的全部物理属性，除了人们的主观生理感觉因素外，它的辐射、传播与接收等一系列物理过程完全遵循声波的规律。因此，人们要对抗或控制噪声，必须先认识和掌握声波的特性及规律。

声是一种机械波，假定在一弹性介质（如空气）中，有如图 1-1-1（a）所示的若干个毗邻的小区域。介质由许多微小粒子所组成，原来它们都处于相对静止平衡状态。现设想由于某种扰动，某区域粒子产生运动，从而使与其毗邻的介质微粒子随之运动。例如，在 A 区域的左侧面产生一运动，使 A 区域产生压缩。而 A 区域的运动又会导致与其毗邻的 B 区域的运动，或者说 B 区域会受到 A 区域的另一侧面的推动而产生压缩过程。由于介质的弹性作用，被压缩的区域会产生一种反抗压缩的弹力，使受压区域的介质产生一种要恢复原来平衡状态的运动。然而，介质是具有惯性的。所以，当 A 区域的前侧面做复位运动而经过原来的平衡位置时，它不

会停止，而是会出现“过冲”，以至于 A 区域呈现出稀疏（或膨胀）状态，进而受到毗邻区域的压力，又会从膨胀状态变为压缩状态。如此周而复始地运动变化着。尽管各区域的介质都是在原地以及在自身平衡状态附近进行着压缩与膨胀的振动过程，但是这一周而复始的压缩与膨胀交替过程都会由近及远地从 A 、 B 、 C 等区域一直向外传播。这种在介质中压缩与膨胀交替传递的振动过程就是声振动的传播，或者称为声波。若频率和强弱适当的声波传到入耳中，人就会感受到声音的存在。

弹性介质中的这种声振动传播过程，十分类似于多个质点——弹簧振子互相耦合而形成的系统。一个振子的运动会带动其他振子跟着运动起来。图 1-1-1 (b) 就表示振子 A 在四个不同时刻的位置（ T 代表振动周期）。其余振子也都在其平衡位置附近做类似的振动，只是时间会依次滞后。在该图的右方也表示了相应的声振动过程的示意图，实线表示 A 区域的原来范围，虚线代表 A 区域两个边界面的运动位置。

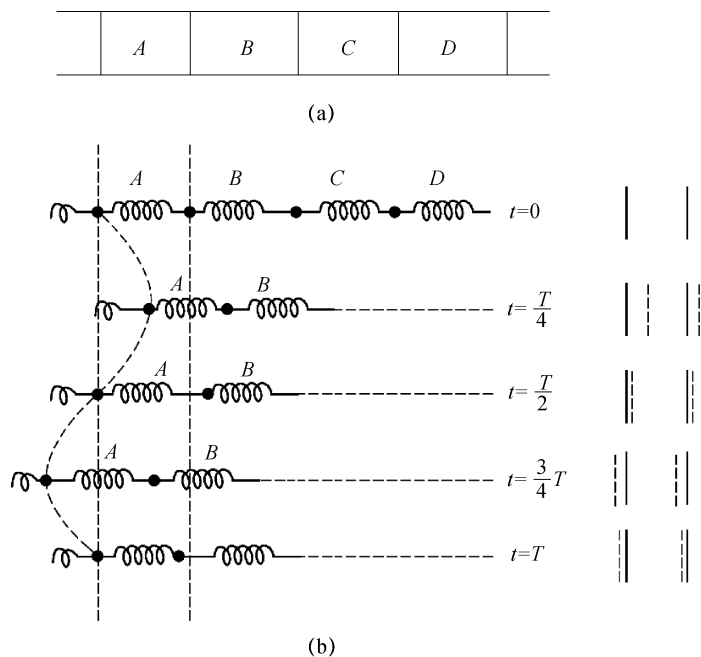


图 1-1-1 声介质振动过程示意图

本书着重讨论气体或者水等流体类弹性介质。流体介质的弹性主要表现在当介质的体积或者密度变化时，产生的弹性恢复力不会像固体介质那样还会存在切向恢复力。在流体中，声振动的传播方向与介质质点振动方向一致。这种声振动称为纵波。在流体中只有纵波存在，因此本书讨论的声波主要指的是纵波。至于涉及弹性固体中的传声问题，与振动学密切相关，读者可参考其他相关书籍。

1.2 声波的描述与度量

在定性地认识了声波传播过程的物理图像后, 我们需要定量地描述声的波动过程。声的传播介质, 实际上可视为由许多紧密相连的微小体积元 dV 组成的连续介质。这样体积元内的介质就可以当作质量等于 ρdV 的介质质点来处理, 这里 ρ 是介质的密度。因为介质是可压缩的, 从而密度是可随时间与空间位置变化的, 所以这个质点所占有的体积元也是可变化的。当体积元因声振动而变化时, 该质点的速度、密度、压强都会随之变化。速度和密度比较好理解, 对于压强变化, 我们定义一个新的变量——声压。

1.2.1 声压

设弹性介质初始时没有声振动的扰动, 处于静止平衡状态。此时的压强即为大气压强, 设为 P_0 。当受声扰动后, 介质压强由 P_0 变为 P , 而由此产生的逾量压强 (简称为逾压)

$$p = P - P_0 \quad (1-2-1)$$

就称为声压。因为声波传播过程中, 在同一时刻, 不同空间处的压强都不同; 对同一体积元, 其压强 P 又随时间而变化, 所以声压 p 一般是空间和时间的函数, 即 $p = p(x, y, z, t)$ 。同样地, 由声扰动引起的密度变化量 $\rho' = \rho - \rho_0$ 也是空间和时间的函数, 即

$$\rho' = \rho'(x, y, z, t) \quad (1-2-2)$$

此外, 既然声波是介质质点振动的传播, 那么介质质点的振动位移与速度自然也可以作为描述声波的合适的物理量之一。但由于声压比较直观并且测量比较容易实现, 通过声压的测量也可以间接求得质点速度等其他物理量, 所以声压已成为目前人们最为普遍采用的描述声波性质的物理量。

存在声波的空间称为声场。声场中某一瞬时的声压值称为瞬时声压。在一定时间间隔中最大的瞬时声压值称为峰值声压, 如果声压随时间是按简谐规律变化 (即随时间作正弦或余弦变化), 则峰值声压也就是声压的振幅或称声压幅值。瞬时声压因变化太快, 是难以确定的。在一定时间间隔内, 瞬时声压对时间取均方根值, 称为有效声压:

$$p_e = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt} \quad (1-2-3)$$

式中，下角符号“e”代表有效值； T 代表取平均的时间间隔，它可以是一个周期或比周期大得多的时间间隔。一般用耳朵感受到的或用电子仪表测得的往往就是有效声压，因而人们习惯上指的声压，也往往是有效声压。

声压的大小反映了声波的强弱，声压具有压强的量纲，因此其国际标准单位也为帕斯卡（Pa），简称帕：

$$1\text{Pa} = 1\text{N} / \text{m}^2$$

传统上用得较多的单位有巴（bar）或微巴（μbar），一标准大气压（1atm）为1bar，1bar=0.1MPa，1μbar = 0.1Pa。

为了使读者对声压的大小有一个数量概念，下面举出一些有效声压大小的典型例子：

人耳对 1000Hz 声音的可听阈（即刚刚能觉察到它存在时的声压）约 $2 \times 10^{-5} \text{Pa}$ ；微风轻轻吹动树叶或郊外静夜时的声音约 $2 \times 10^{-4} \text{Pa}$ ；在房间中的高声谈话（相距 1m 处）约 0.05~0.1Pa；交响乐演奏声（相距 5~10m 处）约 0.3Pa；一般鼓风机房内的声压约 2Pa；船舶动力机房或在前排听摇滚乐演奏时约 20Pa；喷气飞机起飞时约 200Pa；导弹发射现场约 $2 \times 10^3 \text{Pa}$ ；核爆炸时约 $2 \times 10^4 \text{Pa}$ 。

1.2.2 频率与相位

声波是介质振动的传播，其源称为声源。对于简谐振动，声源振动一次需要的时间称为周期（ T ），其倒数称为频率（ f ），表示在每秒内振动的次数，不同频率的声波组成了大千世界的各种声音。同电磁波等其他波类似，声波频率的单位为赫兹（Hz）。对于线性系统来说，声源的频率和其产生的声波的频率是一致的。

根据频率范围的不同，声波可以分为三类：次声（<20Hz）、可听声（20Hz~20kHz）和超声（>20kHz）。人类能够听到的声音范围即为可听声，动物中老鼠能听到次声波，而蝙蝠则是利用超声波进行定位辅助夜间飞行。图 1-2-1 是不同声音的大致频率范围。

1.2.3 传播方向与声速

声波振荡一个周期所传播的距离即为波长。由定义可知，波长可由下式进行计算：

$$\lambda = \frac{c}{f} \quad (1-2-4)$$

其中， c 为声波的传播速度，简称声速，单位为 m/s，在不同的介质中声波的传播速度是不一样的，后面会专门介绍声速的计算。这里需注意其与声波传播中介质质点振动速度的区别。

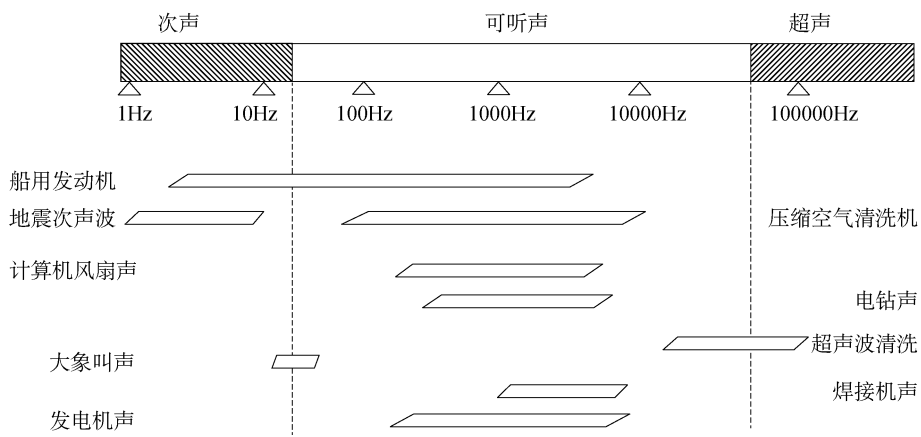


图 1-2-1 不同声音的频率分布

1.3 声波方程

我们可以通过介质中的声压 p 、质点速度 v 以及密度变化量 ρ' 来描述和表征声波。因此，研究和了解声波的特性及其规律，就是要去研究和建立介质受声波扰动后，空间中 p 、 v 和 ρ' 等声学量随时间和空间的变化规律以及它们之间的关系。这种联系的数学描述就是声波方程。一切简单或者复杂的声学现象、规律乃至其各种工程应用都必须遵循声波方程所揭示的科学规律。

1.3.1 流体的基本方程

虽然可以通过声压、质点速度以及密度变化三个量中任一量来描述声波的规律，但是声压 p 是流体中最容易直接测得的量，因此常作为首选。流体介质显然必须满足三个基本物理定律：牛顿第二定律，它描述了声压 p 与质点速度 v 的关系；质量守恒定律，它描述了可压缩介质的密度变化 ρ' 与质点速度 v 的关系；物态方程，它描述了介质中声压 p 与密度变化 ρ' 的关系。

为了使问题不要一开始就变得太复杂，我们暂时对介质作些理想化的假设。

(1) 介质为理想流体，即介质中不存在黏滞和热传导等使声波传播时产生热损耗的因素。

(2) 在声波没有形成时，介质是静止不流动的，并且介质宏观上是均匀的，介质中静态压强 P_0 、静态密度 ρ_0 都是常数。

(3) 介质由声波传播而引起的压缩与膨胀或稠密与稀疏的过程是绝热的，即介质互相毗邻部分之间不会由于声波传播所引起的温度差而产生热交换。

(4) 介质中传播的是小振幅声波, 各声学量都是一级微量, 例如, 声压 p 甚小于静态压强 P_0 , 质点速度 v 甚小于声传播速度 c_0 , 介质密度变化 ρ' 甚小于静态密度等。

上述这些假设虽然会使声学理论受到一些局限, 但却可以极大简化数学处理, 并且对于大多数我们所要遇到的声学工程问题, 并不会产生很大影响。有些实际问题, 例如处理吸声材料时, 必须要考虑在那些传声介质中的热耗损, 再如声波在伴随有流动的介质中传播时等, 上述的假定就应作些改变和修正, 我们将会结合实际应用对此作出必要的讨论。

先来考虑一维情形, 即假定声波仅在一个方向传播, 例如, 在 x 方向传播, 即声压等声学量仅是 x 的函数, 与 y 和 z 无关。

1) 动力学方程

设想在声场中取一足够小的体积元, 如图 1-3-1 所示, 设这一小体积元垂直于 x 轴的面积为 S , 其体积为 Sdx 。由于声压 p 随位置 x 而变化, 因此作用在该体积元左侧面和右侧面上的力是不相等的, 其合力就导致这个体积元的质点沿 x 方向运动。当声波通过时, 设体积元左侧面处的压强为 $P_0 + p$, 所以作用在该左侧面上的力为 $F_1 = (P_0 + p)S$, 因为在理想流体中不存在切向力, 内压力总是垂直于所取表面, 所以 F_1 是沿 x 轴正方向; 体积元右侧面处的压强为 $P_0 + p + dp$, 其中 $dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx$, 这里 $\frac{\partial p}{\partial x}$ 为声压在 x 方向的梯度, 于是作用在该体积元右侧面上的力为 $F_2 = (P_0 + p + dp)S$, 其沿 x 轴负方向; 考虑到静态压强 P_0 不随 x 而变, 因而作用在该体积元上沿 x 方向的合力应为 $F = F_1 - F_2 = -S \frac{\partial p}{\partial x} dx$ 。该体积元的质量为 ρSdx ,

它在力 F 作用下得到沿 x 方向的加速度 $\frac{dv}{dt}$, 据牛顿第二定律有

$$\rho Sdx \frac{dv}{dt} = -S \frac{\partial p}{\partial x} dx \quad (1-3-1)$$

整理后可得

$$\rho \frac{dv}{dt} = -\frac{\partial p}{\partial x} \quad (1-3-2)$$

然而上式中的 $\rho = \rho_0 + \rho'$ 仍是一个变量, 而加速度 $\frac{dv}{dt}$ 实际上应包含两部分: 一部分是在空间指定点上, 由于该位置的速度随时间而变化所得到的加速度, 即本地加速度 $\frac{\partial v}{\partial t}$; 另一部分是质点迁移一距离以后, 因速度随位置变化而产生的速度增量对应的加速度, 即迁移加速度, 它等于 $v \frac{\partial v}{\partial x}$ 。因此 (1-3-1) 式可表示为

$$(\rho_0 + \rho') \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1-3-3)$$

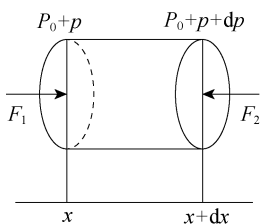


图 1-3-1 声场体积元受力分析示意图

因为我们讨论的是小振幅声波, 仅需保留一级微量而略去二级以上的微量, 如 $\rho' \frac{\partial v}{\partial t}$ 与 $\rho_0 v \frac{\partial v}{\partial x}$ 是二级微量, $\rho' v \frac{\partial v}{\partial x}$ 为三级微量, 都略去后便可得

$$\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} = - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (1-3-4)$$

这就是描述声波扰动时的动力学方程。它描述了声压与质点速度之间的关系。

2) 连续性方程

连续性方程实际上就是质量守恒定律, 即介质中因声波扰动, 单位时间内流入体积元的质量与流出该体积元的质量之差应等于该体积元内质量的增加量或减少量。仍设想在声场中取一小体积元, 如图 1-3-2 所示, 其体积元为 Sdx , 如在体积元左侧面 x 处, 介质质点的速度为 $(v)_x$, 密度为 $(\rho)_x$, 而在单位时间内流过左侧面而进入该体积元的质量应等于截面积为 S 、高度为 $(v)_x$ 的柱体体积内所包含的介质质量, 即 $(\rho v)_x S$; 在同一单位时间内从体积元经过右侧面流出的质量为 $-(\rho v)_{x+dx} S$, 负号表示流出。因此单位时间流入体积元内的净质量应为

$$(\rho v)_x S - (\rho v)_{x+dx} S = - \frac{\partial(\rho v)_x}{\partial x} S dx \quad (1-3-5)$$

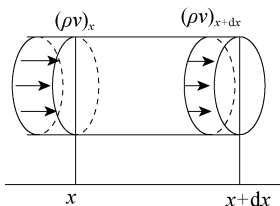


图 1-3-2 声场体积元质量流入流出示意图

单位时间内质量增加, 表明其密度增加了, 密度增加量为 $\frac{\partial \rho}{\partial t}$, 则在单位时间内体积元的质量增加量应为 $\frac{\partial \rho}{\partial t} S dx$ 。由于体积元内没有产生流体质量的源, 因此

按质量守恒定律, 单位时间内体积元的质量增加量必然等于流入体积元内的净质量, 即有

$$-\frac{\partial(\rho v)}{\partial x} S dx = \frac{\partial \rho}{\partial t} S dx$$

或

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1-3-6)$$

类似于上面关于小振幅声波假定的处理, 可得 $\frac{\partial}{\partial x}(\rho v) \approx \rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} s$, 以及 $\frac{\partial \rho}{\partial t} \approx \frac{\partial \rho'}{\partial t}$, 因此 (1-3-6) 式便可简化为

$$-\rho_0 \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \rho'}{\partial t} \quad (1-3-7)$$

这就是有声波扰动时, 流体介质的连续性方程, 它描述了质点速度 v 与密度变化量 ρ' 之间的关系。

3) 物态方程

我们仍来考察介质中一体积元。在没有声波扰动时, 它的状态可以以静态压强 p_0 、密度 ρ_0 及热力学温度 T_0 来表征。当声波传过该体积元时, 体积元内的压强、密度与温度都会发生变化。当然这三个量的变化不是独立的, 而是相互有联系的, 它们之间的关系可以由物态方程来描述。一般说物态方程还要视物理状态变化的过程而异, 例如变化是等温的还是绝热的。我们前面已对声波传播过程作了绝热的假定。实际上, 对于绝大多数情形, 声波传播是绝热过程的假定是合理并正确的。因为即使在频率较低时, 声波传播过程进行得还是比较快, 介质中体积压缩与膨胀交替过程的周期比热传导所需的时间要短得多, 所以来不及与毗邻部分进行热量的交换。因为声波传播过程是绝热的, 所以可以认为介质中的压强仅是密度的单值函数, 即可用下式表示:

$$P = P(\rho) \quad (1-3-8)$$

将上式进行泰勒级数展开, 忽略高阶微量, 则可得到它的增量形式:

$$dP = c^2 d\rho \quad (1-3-9)$$

这里, 定义 $c^2 \equiv \frac{\partial P}{\partial \rho}$ 。在小振幅声波前提下, $dP \approx p, d\rho \approx \rho'$, 而 $c^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}$ 取其平衡

状态(静态)的值 $c_0^2 = \frac{\partial P}{\partial \rho}$ 作为近似, 因此声波传播过程中的状态方程就可简化为

$$p = c_0^2 \rho' \quad (1-3-10)$$

这里, c_0^2 已是常数, 决定于介质静态时的状态参数。我们以后会知道, c_0 实际上代表声波在介质中的传播速度, 简称声速。

1.3.2 一维声波方程

有了(1-3-4)式、(1-3-7)式和(1-3-10)式三个介质基本方程,我们可以消去 p 、 v 、 ρ' 中的任意两个。例如,将(1-3-10)式对 t 求偏导后代入(1-3-7)式可得

$$\rho_0 c_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial t} \quad (1-3-11)$$

将此式再对 t 求偏导得

$$\rho_0 c_0^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t \partial x} = -\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1-3-12)$$

然后将(1-3-3)式代入上式即可得

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1-3-13)$$

这就是一维的声波方程。我们也可以类似地得到用 v 或 ρ' 等量来表示的一维声波方程。

1.3.3 三维声波方程

上面我们假定声场在 y 和 z 方向都是均匀的,声波仅沿着 x 方向传播,从而导出沿着 x 方向的一维声波方程。然而,实际情形中声波不会常限于仅在一维方向传播。为了普遍起见,我们要把一维声波方程推广为三维(3D)声波方程。

仿照前面一维 x 方向运动方程的推导,可以类似地写出沿 y 及 z 方向的方程,并以矢量叠加形式表示:

$$-\rho_0 \left(\frac{\partial v_x}{\partial t} \mathbf{i} + \frac{\partial v_y}{\partial t} \mathbf{j} + \frac{\partial v_z}{\partial t} \mathbf{k} \right) = \frac{\partial p}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial p}{\partial z} \mathbf{k}$$

这里, v_x 、 v_y 、 v_z 分别代表质点速度 $\mathbf{v}$ 的沿 x 、 y 、 z 方向的分量; $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 代表沿 x 、 y 、 z 方向的单位矢量。上式可以表示成如下矢量形式:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\text{grad } p \quad (1-3-14)$$

这里, grad 为梯度符号,它可以用哈密顿算子代表,即 $\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{k}$ 。而类似地

地可以把一维连续性方程推广为如下矢量形式:

$$-\rho_0 \text{div } \mathbf{v} = \frac{\partial \rho'}{\partial t} \quad (1-3-15)$$

式中, div 为散度符号,它作用于矢量 $\mathbf{v}$ 时,可表示为

$$\text{div } \mathbf{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

至于状态方程，本身就是标量，形式上仍为（1-3-10）式。因此（1-3-10）式、（1-3-14）式和（1-3-15）式就成为三维情形下的流体介质的三个基本方程。与从一维声波方程导出类似，我们可以将（1-3-15）式两边对 t 求偏导，得

$$-\rho_0 \operatorname{div} \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \right) = \frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2}$$

再对状态方程两边对 t 取偏导，会同（1-3-10）式一并代入上式，并考虑到矢量关系

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad} p) = \nabla^2 p$$

即可得到如下的三维声波方程：

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1-3-16)$$

其中， ∇^2 为拉普拉斯算符，它在不同坐标系里具有不同的形式，在直角坐标系里 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

引入变量 $\psi = \frac{p}{\sqrt{\rho}}$ ，（1-3-13）式和（1-3-16）式分别变为

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (1-3-17)$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (1-3-18)$$

进一步，对于简谐波，转化为频域后变为

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + k_0^2 \psi = 0 \quad (1-3-19)$$

$$\nabla^2 \psi + k_0^2 \psi = 0 \quad (1-3-20)$$

因此声场满足亥姆霍兹方程，根据数理方程知识即可进行求解。

1.4 平面声波基本特性

1.4.1 平面声波

简单地讲，求解声波方程即可解决大多数声学工程问题。但是对于实际声传播环境，影响因素很多，例如介质特性时空不均匀、边界条件复杂等，导致很多情况下无法求得声场的精确解析解，本书 3.3 节将对声传播进行简单介绍，读者也可参